

# MODEL OPTIMISASI UKURAN *LOT* PRODUKSI PADA SISTEM PRODUKSI YANG MENGALAMI DETERIORASI DAN MEMPERTIMBANGKAN INSPEKSI SAMPLING DENGAN KRITERIA MINIMISASI TOTAL ONGKOS\*

**Rommy Hudallah Ramadhan, Hendro Prasetyo, Arie Desrianty**

Jurusan Teknik Industri  
Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email: [rramadhan@yahoo.com](mailto:rramadhan@yahoo.com)

## ABSTRAK

*Penelitian ini membahas mengenai model Economic Production Quantity (EPQ) yang dikembangkan berdasarkan kekurangan yang ada, karena mengasumsikan bahwa sistem produksi berjalan sempurna sehingga seluruh pesanan item selalu diterima menjadi persediaan. Pada kenyataannya sistem produksi tidak berjalan sempurna karena beberapa faktor seperti deteriorasi dan kesalahan pemeriksaan. Berdasarkan kekurangan tersebut, maka dilakukan pengembangan model optimisasi penentuan lot produksi akibat deteriorasi dan mempertimbangkan kesalahan inspeksi sampling dengan kriteria minimisasi total ongkos yang terdiri dari ongkos setup, ongkos produksi, biaya kegagalan internal dan ongkos penalti.*

**Kata kunci:** *deteriorasi, kesalahan inspeksi sampling, lot produksi*

## ABSTRACT

*This research discusses the Economic Production Quantity (EPQ) models were developed based on existing deficiencies, because it assumes that the production system running perfectly so that all orders are always welcome items into inventory. In fact, the production system does not work perfectly because of several factors such as deterioration and errors of inspection. Based on these concerns, then the determination of the optimization model development lot production due to deterioration and the errors of inspection sampling with total costs minimization consisting of the setup costs, production costs, internal failure costs and penalty costs.*

**Keywords:** *deterioration, errors of inspection sampling, production lot*

---

\* Makalah ini merupakan ringkasan dari Tugas Akhir yang disusun oleh penulis pertama dengan pembimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional

## **1. PENDAHULUAN**

### **1.1. Pengantar**

Pada saat ini perkembangan teknologi sangat pesat sekali sehingga berpengaruh terhadap persaingan di dunia industri manufaktur. Hal ini membuat perusahaan harus dapat mempertahankan dan memenuhi kebutuhan konsumen. Salah satu caranya dengan menentukan ukuran *lot* produksi. Penentuan ukuran *lot* produksi yang optimal dapat menggunakan metode EPQ, namun metode EPQ memiliki asumsi bahwa seluruh pesanan produk dalam suatu sistem produksi selalu diterima menjadi persediaan. Padahal pada kenyataannya asumsi tersebut tidak selalu benar.

Model Ben-Daya & Rahim (2003) menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna dimana terdapat dua kemungkinan yaitu proses produksi berjalan dengan baik seluruhnya dan proses produksi mengalami kegagalan mesin sehingga tidak sempurna. proses pemeriksaan dilakukan dengan cara *sampling*. Meskipun pemeriksaan dilakukan secara *sampling*, penelitian ini tidak melakukan tindakan lebih lanjut ketika terjadi kondisi *lot* produksi yang ditolak.

Model Kadarisman (2007) merupakan model optimasi yang proses pemeriksaan dilakukan dengan cara *sampling* namun tidak mempertimbangkan ukuran sampel. Model ini menggabungkan antara model EPQ dengan Model Ben-Daya & Rahim (2003). Karakteristik dari model Kadarisman adalah sistem produksi yang tidak sempurna akibat kesalahan pemeriksaan dan untuk keputusan dalam menentukan ukuran *lot* produksi berdasarkan model Ben-Daya & Rahim (2003).

Model Irawan (2013) merupakan model optimisasi *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami *deteriorasi* dengan kriteria minimasi total ongkos. Pada penelitian ini dilakukan pemeriksaan secara sensus dan diasumsikan bahwa produk *rework* hasilnya selalu baik dan langsung dikirim kepada konsumen. Namun konsumen dapat menerima kemungkinan produk cacat ataupun produk baik akibat kesalahan mengidentifikasi produk pada saat pemeriksaan sensus. Penelitian ini juga mempertimbangkan komponen biaya kualitas yang terdiri dari biaya kegagalan internal saja.

Model Wibowo (2014) merupakan model optimisasi *lot* produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna yang proses pemeriksaannya dilakukan secara *sampling*. Akibat kesalahan pemeriksaan *sampling* konsumen dapat menerima produk cacat sehingga akan timbul biaya *complain*. Produk ditolak akan diperiksa secara sensus dan hasil dari pemeriksaan akan dilakukan proses *rework*. Hasil dari proses *rework* diasumsikan selalu baik dan langsung dikirim kepada konsumen. Selain itu penelitian ini juga mempertimbangkan komponen biaya kualitas yang terdiri dari biaya kegagalan internal dan biaya kegagalan eksternal.

Nishfi (2014) telah membuat penelitian dengan proses pemeriksaan dilakukan secara *sampling* dan mempertimbangkan ukuran sampel. Keputusan ditolak hasil dari proses pemeriksaan akan dilakukan proses pemeriksaan secara sensus. Kemudian hasil dari pemeriksaan sensus akan dilakukan proses *rework*, berbeda dengan Model Wibowo (2014) pada penelitian ini hasil proses *rework* akan menghasilkan dua kemungkinan yaitu produk baik dan produk cacat. Produk baik akan memenuhi permintaan konsumen, sedangkan produk cacat akan dipenuhi pada *run* produksi selanjutnya.

## 1.2. Identifikasi Masalah

Sistem penelitian yang dibahas merupakan model optimisasi penentuan ukuran *lot* produksi dengan proses pemeriksaan secara sampling untuk meminimumkan total biaya. Akibat proses pemeriksaan secara sampling, konsumen kemungkinan menerima produk cacat sehingga produk akan dikembalikan dan berpengaruh terhadap *run* produksi selanjutnya. Keputusan ditolak akan menghasilkan tiga kemungkinan yaitu produk baik, produk *rework*, dan produk *reject* dan akan langsung diproses *rework*. Proses pemeriksaan dilakukan untuk produk *rework* dengan menghasilkan dua kemungkinan yaitu diterima yang akan memenuhi permintaan konsumen dan ditolak yang akan dipenuhi pada *run* produksi selanjutnya.

## 2. STUDI LITERATUR

### 2.1. Metode EOQ

Metode EOQ menurut Tersine (1994) merupakan metode yang digunakan untuk menentukan kuantitas jumlah pemesanan sehingga meminimumkan biaya langsung penyimpanan persediaan dan biaya kebalikannya (*inverse cost*) pemesanan persediaan. Total biaya persediaan dimulai dengan menghitung jumlah pemesanan ekonomis seperti berikut ini:

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ}{2} \quad (1)$$

### 2.2. Teori Persediaan

Menurut Tersine (1994) dalam Nishfi (2014), persediaan adalah material yang disediakan pada saat *idle* atau keadaan menunggu penjualan dimasa yang akan datang, penggunaan atau transformasi. Selain itu menurut Tersine (1994) persediaan memiliki empat faktor fungsi yaitu faktor waktu, faktor diskontinuitas, faktor ketidakpastian dan faktor ekonomi.

### 2.3. Model Ben-Daya & Rahim (2003)

Tujuan dari model yang dikembangkan oleh Ben-daya & Rahim (2003) adalah untuk menentukan ukuran lot produksi pada persoalan *multistage* dengan proses produksi yang tidak sempurna. Model ini mempertimbangkan adanya kesalahan dalam pemeriksaan seperti menerima produk yang gagal (*defective item*) dan menolak produk yang baik (*good item*).

### 2.4. Model Indrapriyatna *et al* (2007)

Menurut Indrapriyatna (2007) dengan melakukan pengembangan model yang mempertimbangkan adanya biaya simpan dan biaya pengendalian kualitas pada mesin yang mengalami *deteriorasi*, dipengaruhi akibat model penjadwalan *batch* yang mengakomodasi kondisi mesin mengalami *deteriorasi*. Sistem produksi akan bergeser dari status *in-control* menjadi status *out of control* dan memungkinkan untuk menghasilkan produk cacat.

### 2.5. Model Kadarisman *et al* (2007)

Pada model Kadarisman (2007) terdapat Probabilitas kegagalan pada setiap *run* produksi yang dinotasikan dengan  $Pg_j$ .  $Pg_j$  akan meningkat di setiap *run* produksi karena dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal ( $\lambda$ ), sehingga dinyatakan dengan rumus:

$$Pg_j = (1 + \lambda)^j \times Pg_0 \quad (2)$$

Model Kadarisman (2007) dengan menggunakan persamaan rekursif adalah sebagai berikut:

$$U + CP + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\} \quad (3)$$

dengan  $\{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}$  sebagai berikut:

$$\{(\alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (1 - \alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (1 - \beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})]\} \quad (4)$$

## 2.6. Model Perdana (2008)

Pada model perdana (2008) dilakukan pengembangan inspeksi secara sampling pada beberapa *run* produksi untuk mengurangi terjadinya penalti apabila permintaan tidak terpenuhi. Formulasi atau persamaan rekursif yang dihasilkan oleh model perdana (2008) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Min } f_j(S_j, Q_j) &= \text{Min} \\ \sum_{i=1}^i [c1 + Qi \times c2 + c3 \times n + [Pa \cdot (Qi - n) \cdot \beta \cdot c4] + [(1 - Pa) \cdot Ia] + [(1 - Pa) \cdot (c3 \times (Qi - n))] + \{f_j + 1 * (S_j + 1)\}] \end{aligned} \quad (5)$$

## 2.7. Model Irawan (2013)

Model Irawan (2013) bertujuan untuk mendapatkan solusi dari model penentuan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos. Proses inspeksi pada model ini dilakukan dengan menggunakan sensus, sehingga formulasi yang dihasilkan oleh model Irawan (2013) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} IFC &= [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[ [(1 - Pc_j)\theta_2 + (Pc_j)\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \\ & \left[ [(1 - Pc_j)\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + [Pc_j \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right] \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.8. Model Wibowo (2014)

Model Wibowo (2014) bertujuan untuk mendapatkan solusi dari model penentuan ukuran *lot* produksi dengan mempertimbangkan komponen biaya kualitas. Proses pemeriksaan dilakukan dengan cara sampling. Hasil keputusan ditolak dari sampling akan dilakukan pemeriksaan secara sensus, kemudian hasil dari sensus akan langsung melalui proses *rework* dan produk yang mengalami proses *rework* diasumsikan baik. Formulasi yang dihasilkan oleh model Wibowo (2014) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_i(S_i, Q_i) &= \\ \text{Min } \sum_{i=1}^i [ [ B_1 + (Q_i \times C_1) ] + [ n \times W_1 \times C_2 ] + [ Q_i \times W_1 \times C_3 ] + [ (1 - Pa_i) \times (Q_i - n) \times W_2 \times C_4 ] \\ + [ (1 - Pa_i) \times Q_i \times W_2 \times C_5 ] + [ (1 - Pa_i) \times (Pr_i) \times r_i \times W_3 \times C_6 ] + [ (1 - Pa_i) \times Q_i \times W_3 \times C_7 ] + [ Pa_i \\ \times Pr_i \times r_i \times C_8 ] + [ f_{i+1} * (S_{i+1}) ] ] \end{aligned} \quad (7)$$

## 2.9. Model Nishfi (2014)

Model Nishfi (2014) bertujuan untuk mendapatkan solusi dari model penentuan *lot* produksi yang mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan yaitu inspeksi *sampling*. Hasil dari pemeriksaan sampling akan diperiksa secara sensus, kemudian keputusan ditolak dari pemeriksaan sensus akan langsung di *rework*. Proses *rework* akan menghasilkan dua kemungkinan yaitu diterima yang akan memenuhi permintaan konsumen dan ditolak yang akan berpengaruh terhadap *run* produksi selanjutnya. Formulasi yang dihasilkan oleh model Nishfi (2014) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} [ [ (C_1 + (Q_j \times C_2) ] + [ n \times W_1 \times C_3 ] + [ Q_j \times W_1 \times C_4 ] + [ (1 - Pa_j) \times (Q_j - n) \times W_2 \times C_5 ] + [ (1 - Pa_j) \times Q_j \times W_2 \times C_6 ] \\ + [ (1 - Pa_j) \times (Pc_j) \times r_j \times W_3 \times C_7 ] + [ (1 - Pa_j) \times Q_j \times W_3 \times C_8 ] ] + [ f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot Pa_{j0} + f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot (1 - Pa_{j0}) \cdot (Pc_{j0}) + \dots + f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot (1 - Pa_{jk}) \cdot (Pc_{jk}) ] \end{aligned} \quad (8)$$

## 2.10. Sampling Penerimaan

Menurut Juran (1993), *sampling* penerimaan merupakan proses evaluasi sebagian ukuran *lot* produksi untuk diambil keputusan yaitu menerima *lot* atau menolak *lot* tersebut. Keuntungan utama dari *sampling* penerimaan yaitu lebih efisien dalam segi biaya atau lebih ekonomis. *Sampling* penerimaan dapat digunakan pada pemeriksaan bahan baku, komponen, perakitan, proses setengah jadi serta produk jadi.

### 2.11. Distribusi Binomial

Dalam Walpole & Myers (1995), distribusi binomial merupakan distribusi diskrit yang menaksir suatu probabilitas sukses ( $H$ ) tepat akan terjadi  $x$  kali dalam percobaan bernoulli. Bila dari  $n$  percobaan bernoulli akan terjadi  $x$  kali sukses ( $H$ ) maka akan tepat terjadi  $(n - x)$  kali gagal ( $\bar{H}$ ). Jadi jelaslah bahwa bila  $P = \{ X = x \}$  menyatakan probabilitas akan tepat terjadi  $x$  sukses ( $H$ ) dari  $n$  percobaan bernoulli yang identik dan saling bebas.

### 2.12. Pemrograman Dinamis

Menurut Hillier and Lieberman (1990) dalam Nishfi (2014), pemrograman dinamis merupakan suatu teknik matematis yang biasanya digunakan untuk membuat suatu keputusan dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Tujuan utama model ini ialah untuk mempermudah penyelesaian persoalan optimasi yang mempunyai karakteristik tertentu. Terdapat dua jenis pemrograman dinamis, yaitu:

#### 1. Pemrograman Dinamis Deterministik

Pada bagian ini akan dikemukakan pendekatan pemrograman dinamis sebagai persoalan deterministik, dimana *state* pada *stage* berikutnya sepenuhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini.

#### 2. Pemrograman Dinamis Probabilistik

Pada pemrograman dinamis probabilistik ini *stage* berikutnya tidak dapat seluruhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini, tetapi ada suatu distribusi kemungkinan mengenai apa yang akan terjadi. Namun, distribusi kemungkinan ini masih seluruhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini

## 3. METODOLOGI PENELITIAN

Tahapan-tahapan penelitian untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi adalah sebagai berikut:

#### 1. Studi Literatur

Studi literatur pada penelitian ini membahas mengenai referensi yang terkait dengan penelitian seperti konsep EPQ dan EOQ, model Ben-Daya Rahim (2003), mode Kadarisman (2007), model Irawan (2013), model Wibowo (2014), model Nishfi (2014), konsep distribusi binomial, konsep penerimaan sampling dan pemrograman dinamis.

#### 2. Identifikasi Masalah

Permasalahan yang terjadi adalah fasilitas produksi yang dipakai secara terus-menerus sehingga akan mengakibatkan penurunan performansi mesin dan kesalahan pemeriksaan pada saat sampling. Sehingga perlu adanya model optimisasi penentuan ukuran *lot* produksi dengan mempertimbangkan inspeksi sampling. Dimana inspeksi sampling akan menghasilkan kemungkinan diterima dan ditolak. Kemungkinan diterima akan dikirim langsung kepada konsumen, sedangkan kemungkinan ditolak akan menghasilkan tiga kemungkinan yang akan langsung melalui proses *rework* yaitu produk baik, produk *rework*, dan produk *reject*.

#### 3. Pengembangan Model

Pengembangan model didasari dari model yang dikembangkan oleh Nishfi (2014). Posisi model penelitian terhadap penelitian-penelitian lain yang berkaitan dapat dilihat pada Gambar 1.

## Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi dan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos

	Keterangan	EPQ	Ben-Daya (2003)	Kadarisman (2007)	Irawan (2013)	Nishfi (2014)	Wibowo (2014)	Penelitian
	Pendekatan	Kontinu	Kontinu	Diskrit	Diskrit	Diskrit	Diskrit	Diskrit
Kriteria	Kondisi	Statis & Deterministik  Proses selalu terkendali sehingga seluruh produk yang dihasilkan berkualitas baik dan fasilitas produksi tidak pernah gagal/rusak	Dinamis & Probabilistik  Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna dan kegagalan produk mungkin terjadi	Dinamis & Probabilistik  Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimisasi total ongkos	Dinamis & Probabilistik  proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi ongkos	Dinamis & Probabilistik  proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi dengan kriteria minimisasi ongkos dengan mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan	Dinamis & Probabilistik  Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna akibat mengalami deteriorasi dan kesalahan inspeksi <i>sampling</i> . Kriteria minimisasi total ongkos	Dinamis & Probabilistik  proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami <b>deteriorasi</b> dengan kriteria minimisasi ongkos dan mempertimbangkan kesalahan pada saat <b>pemeriksaan <i>sampling</i></b> , dimana produk yang ditolak harus di <b><i>rework</i></b> , dan akan menghasilkan kemungkinan produk baik, produk <i>rework</i> dan produk <i>reject</i> .
	Komponen Ongkos	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos simpan	ongkos pengendalian kualitas, ongkos <i>setup</i> , ongkos pengadaan persediaan, ongkos pemeriksaan, ongkos perbaikan	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti, ongkos pengendalian kualitas (biaya pemeriksaan sampel, biaya kegagalan internal)	ongkos <i>setup</i> , ongkos penalti, ongkos produksi, ongkos pengendalian kualitas	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos simpan inspeksi, ongkos <i>rework</i> , ongkos <i>complain</i> , komponen biaya kualitas (biaya kegagalan internal dan eksternal), ongkos penalti.	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos inspeksi, ongkos <i>rework</i> , ongkos kegagalan internal, ongkos <i>rework</i>
	Proses Inspeksi	<i>Sampling</i>	<i>Sampling</i>	<i>Sampling</i>	Sensus	<i>Sampling</i> dan sensus	<i>Sampling</i> dan sensus	<i>Sampling</i> dan sensus
	Ukuran Sampel	Tidak Dipertimbangkan	Tidak Dipertimbangkan	Tidak Dipertimbangkan	Tidak Ada	Dipertimbangkan	Tidak Dipertimbangkan	Dipertimbangkan
	Fungsi Tujuan	Minimasi Total Ongkos	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)
	Variabel Keputusan	Produksi, <i>Reorder Point</i>	Ukuran Lot Produksi	$Q_j$ : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- $j$	$Q_j$ : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- $j$	$Q_j$ : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- $j$	$Q_j$ : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- $j$	$Q_j$ : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- $j$
	Metode Solusi	Analitik	<i>Transition Probability</i>	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik
	Status yang terungkap	Tidak ditemukan dalam literatur	Produk <i>non-conforming</i>	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi

**Gambar 1. Posisi Model Penelitian Terhadap Penelitian Lain**

### 4. Pengujian Model dan Analisis

Pengujian model dilakukan untuk mengetahui apakah model yang dikembangkan sesuai atau tidak dengan tujuan penelitian. Pengujian model dibagi kedalam empat set data dengan menggunakan data hipotetik. Selain itu dilakukan analisis sensitivitas variabel keputusan terhadap perubahan parameter-parameter ongkos pada penelitian. Analisis dilakukan berdasarkan kondisi-kondisi yang berbeda di setiap pengujian modelnya.

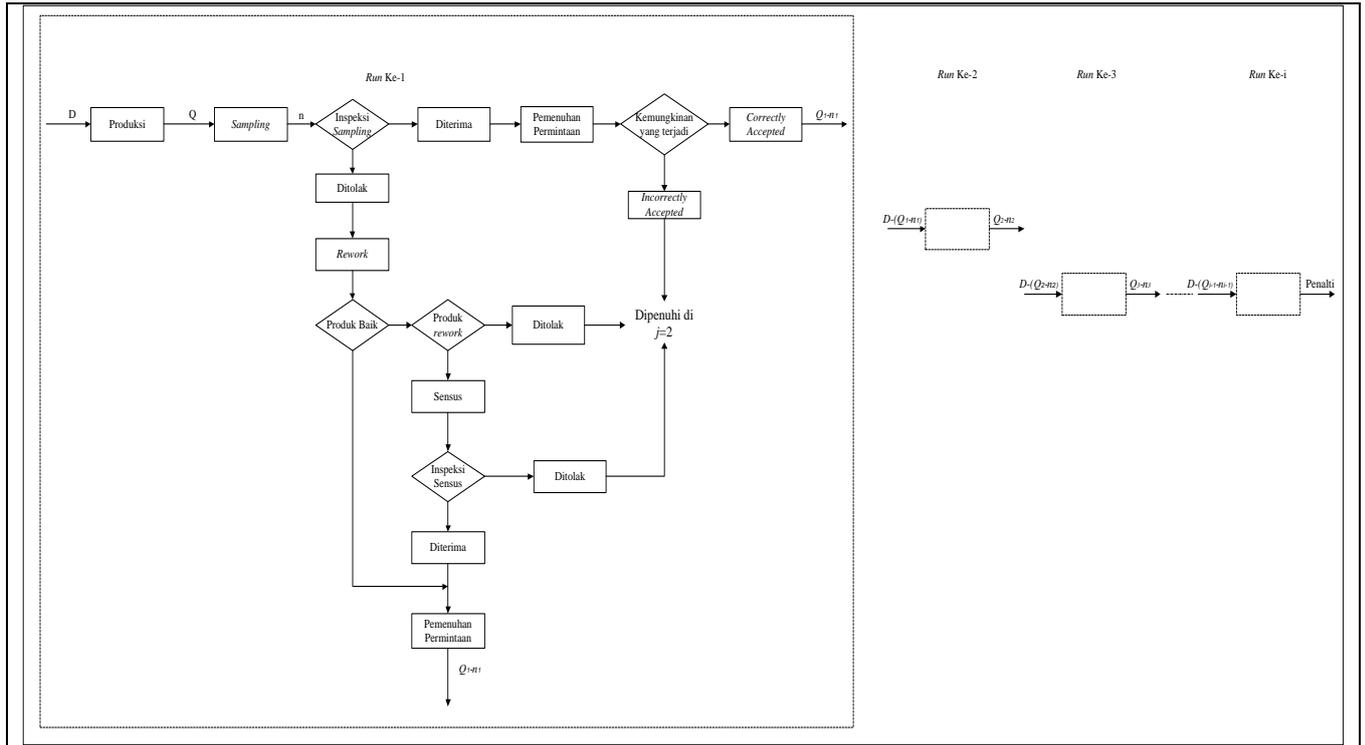
### 5. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan berisi ringkasan yang didapat dari hasil pengembangan model dalam penelitian serta saran bagi penelitian selanjutnya.

## 4. PENGEMBANGAN MODEL

### 4.1. Deskripsi Sistem

Sistem yang dibahas dalam penelitian ini adalah ukuran *lot* produksi yang dinotasikan ( $Q$ ) dengan permintaan sebesar ( $D$ ) dan memiliki kapasitas ( $K$ ). Inspeksi sampling menghasilkan dua kemungkinan yaitu diterima dan ditolak. Kejadian diterima akan menghasilkan dua kemungkinan pada saat konsumen mendapatkan produk yaitu produk baik dan produk cacat. Hal tersebut akibat kesalahan pemeriksaan pada saat sampling. Sedangkan kejadian ditolak akan langsung melalui proses *rework* dengan tiga kemungkinan yaitu produk baik, produk *rework*, dan produk *reject*. Selanjutnya produk *rework* akan di inspeksi secara sensus dan menghasilkan dua kemungkinan yaitu diterima dan ditolak. Kejadian diterima akan memenuhi kebutuhan konsumen, sedangkan kejadian ditolak akan berpengaruh terhadap *run* produksi selanjutnya. Sistem penelitian yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Sistem Penelitian

### 4.2. Notasi Penelitian

Berikut merupakan notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian sehingga memudahkan dalam penyusunan model dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Notasi Penelitian

$j$	Run produksi, ( $j= 1, 2, 3, \dots, j$ )	$B_1$	Biaya produksi (Rp)
$Q_j$	Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke- $j$ (unit)	$B_2$	Biaya inspeksi <i>sampling</i> (Rp)
$n$	Ukuran sampel (unit)	$B_3$	Biaya simpan inspeksi <i>sampling</i> (Rp)
$W_1$	Waktu inspeksi <i>sampling</i> (menit/unit)	$B_4$	Biaya <i>rework</i> produk yang di <i>rework</i> (Rp)
$W_2$	Waktu <i>rework</i> (menit/unit)	$B_5$	Biaya <i>rework</i> produk yang di <i>reject</i> (Rp)
$W_3$	Waktu <i>rework</i> produk <i>reject</i> (menit/unit)	$B_6$	Biaya <i>rework</i> produk yang baik (Rp)
$W_4$	Waktu <i>rework</i> produk baik (menit/unit)	$B_7$	Biaya simpan produk <i>rework</i> (Rp)
$W_5$	Waktu inspeksi sensus (menit/unit)	$B_8$	Biaya simpan produk <i>reject</i> (Rp)
$1-Pa_j$	Probabilitas jumlah produk cacat untuk inspeksi <i>sampling</i> pada setiap run produksi ke- $j$ (%)	$B_9$	Biaya simpan produk baik (Rp)
$Pa_j$	Probabilitas jumlah produk baik untuk inspeksi <i>sampling</i> pada setiap run produksi ke- $j$ (%)	$B_{10}$	Biaya inspeksi sensus (Rp)
		$B_{11}$	Biaya simpan inspeksi sensus (Rp)
$1-PC_j$	Probabilitas jumlah produk baik untuk inspeksi sensus pada setiap run produksi ke- $j$ (%)	$C_1$	Ongkos <i>set-up</i> (Rp)
$PC_j$	Probabilitas jumlah produk cacat untuk inspeksi sensus pada setiap run produksi ke- $j$ (%)	$C_2$	Ongkos produksi (Rp/unit)
		$C_3$	Ongkos inspeksi <i>sampling</i> (Rp/menit)
$Pg_j$	Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi setiap run ke- $j$ (%)	$C_4$	Ongkos simpan inspeksi <i>sampling</i> (Rp/menit)
		$C_5$	Ongkos <i>rework</i> (Rp/menit)
$Pg_0$	Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi setiap run ke-0 (%)	$C_6$	Ongkos simpan <i>rework</i> (Rp/menit)
$x$	Jumlah produk cacat	$C_7$	Ongkos inspeksi sensus (Rp/menit)
$p$	Probabilitas produk gagal (%)	$C_8$	Ongkos simpan inspeksi sensus (Rp/menit)
$q$	Probabilitas produk baik (%)	$C_9$	Ongkos penalti (Rp/unit)

### 4.3. Biaya Kegagalan Internal

Biaya kegagalan internal pada penelitian ini yaitu:

1. [Biaya inspeksi sampling] =  $[n \times W_1 \times C_3]$  (9)
2. [Biaya simpan inspeksi sampling] =  $[Q_j \times W_1 \times C_4]$  (10)
3. [Biaya Rework produk rework] =  $[(1-Pa_j) \times Prw \times (Q_j-n) \times W_2 \times C_5]$  (11)
4. [Biaya rework produk reject] =  $[(1-Pa_j) \times Prj \times (Q_j-n) \times W_3 \times C_5]$  (12)
5. [Biaya rework produk baik] =  $[(1-Pa_j) \times P_b \times (Q_j-n) \times W_4 \times C_5]$  (13)
6. [Biaya simpan rework produk rework] =  $[(1-Pa_j) \times Prw \times Q_j \times W_2 \times C_6]$  (14)
7. [Biaya simpan rework produk reject] =  $[(1-Pa_j) \times Prj \times Q_j \times W_3 \times C_6]$  (15)
8. [Biaya simpan rework produk baik] =  $[(1-Pa_j) \times P_b \times Q_j \times W_4 \times C_6]$  (16)
9. [Biaya inspeksi sensus] =  $[(1-Pa_j) \times Prw \times (Q_j-n) \times W_5 \times C_7]$  (17)
10. [Biaya simpan inspeksi sensus] =  $[(1-Pa_j) \times Prw \times Q_j \times W_5 \times C_8]$  (18)

#### 4.5. Formulasi Pemrograman Dinamis Probabilistik

Model optimasi pada penelitian ini menggunakan pemrograman dinamis dengan parameter sebagai berikut:

##### Tahap

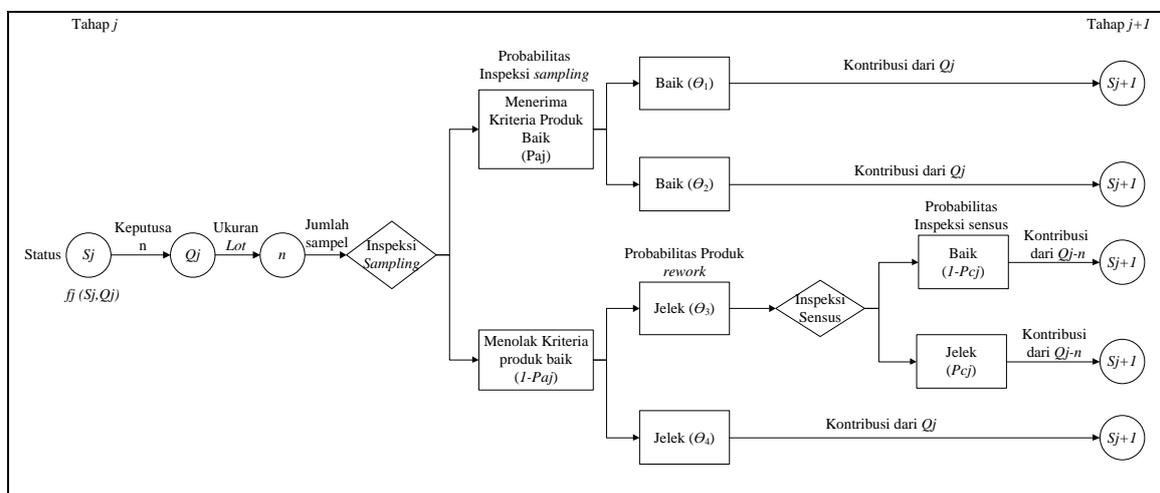
Keputusan ukuran lot produksi dilakukan pada setiap run produksi ke- $j$ , dengan  $j = 1, 2, 3, \dots, j$ .

##### Variabel Keputusan

Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke- $j$  ( $Q_j$ ) pada sistem produksi yang mengalami *deteriorasi* dengan mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan pada saat *sampling*

##### Status

Pada penelitian ini status ( $S_j$ ) adalah jumlah permintaan konsumen yang harus dipenuhi. Struktur dari pemrograman dinamis probabilistik yang menunjukkan hubungan antara status ditahap ke- $j$ , keputusan  $Q_j$ , probabilitas ke- $j$ , dan status ditahap ke- $(j+1)$  dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Struktur Pemrograman Dinamis Probabilistik

##### Fungsi Tujuan

Pada penelitian ini fungsi tujuannya adalah minimasi total biaya.

$$f_j(S_j, Q_j) =$$

$$\text{Min } \sum_{j=1}^j [C_1 + (Q_j \times C_2)] + [n \times W_1 \times C_3] + [Q_j \times W_1 \times C_4] + [(1-Pa_j) \times ((Prw \times (Q_j-n) \times W_2 \times C_5) + (Prj \times (Q_j-n) \times W_3 \times C_5) + (P_b \times (Q_j-n) \times W_4 \times C_5))] + [(1-Pa_j) \times ((Prw \times Q_j \times W_2 \times C_6) + (Prj \times Q_j \times W_3 \times C_6) + (P_b \times Q_j \times W_4 \times C_6))] + [(1-Pa_j) \times Prw \times (Q_j-n) \times W_5 \times C_7] + [(1-Pa_j) \times Prw \times Q_j \times W_5 \times C_8] + [f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (19)$$

persamaan rekursif dari model optimasi penelitian ini dapat dilihat pada persamaan berikut :

$$f_{j+1} * (S_{j+1}) = [(f_{j+1} * (S_{j+1}). Pa_{j0}) + (f_{j+1} * (S_{j+1}). (1-Pa_{j0}).(PC_{j0}) + ..... + (f_{j+1} * (S_{j+1}). (1-Pa_{jk}).(PC_{jk})] \tag{20}$$

### 5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

#### 5.1. Pengujian Model

Set data 1 memiliki jumlah permintaan lebih besar daripada kapasitas yaitu D = 7 unit dan K = 5 unit. Parameter-parameter untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2. Nilai Parameter Set Data 1**

Notasi	D	K	n	W1	W2	W3	W4	W5	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	i	Pg0	Prw	Prj	Pb
Nilai	7	5	2	1	2	1	1	1	10	5	2	0,5	1	3	3	1	100	20%	15%	0,33	0,33	0,33

Pengujian model dilakukan ke dalam beberapa langkah, yaitu:

Langkah 1

Menentukan lot produksi yang harus dipenuhi dengan jumlah permintaan yang telah ditentukan di setiap run produksi yang dapat dilihat pada Tabel 3.

**Tabel 3. Jumlah Permintaan dan Produksi Set Data 1**

Set data 1										
j	Sj	Qj	n	Sampling		Rework				Sn+1
				Sn+1 (Tr)	Sn+1 (TI)	Sn+1 (B)	Sn+1 (Re)		Sn+1 (C)	
							Baik	Cacat		
1	7	3	2	6,7	7	6	6	7	7	6,7
		4		5,6,7	7	5,6	5,6	6,7	6,7	5,6,7
		5		4,5,6,7	7	4,5,6	4,5,6	5,6,7	5,6,7	4,5,6,7
2	4	3	2	3,4	4	3	3	4	4	3,4
		4		2,3,4	4	2,3	2,3	3,4	3,4	2,3,4
		5		1,2,3,4	4	1,2,3	1,2,3	2,3,4	2,3,4	1,2,3,4
	5	3	2	4,5	5	4	4	5	5	4,5
		4		3,4,5	5	3,4	3,4	4,5	4,5	3,4,5
		5		2,3,4,5	5	2,3,4	2,3,4	3,4,5	3,4,5	2,3,4,5
	6	3	2	5,6	6	5	5	6	6	5,6
		4		4,5,6	6	4,5	4,5	5,6	5,6	4,5,6
		5		3,4,5,6	6	3,4,5	3,4,5	4,5,6	4,5,6	3,4,5,6
	7	3	2	6,7	7	6	6	7	7	6,7
		4		5,6,7	7	5,6	5,6	6,7	6,7	5,6,7
		5		4,5,6,7	7	4,5,6	4,5,6	5,6,7	5,6,7	4,5,6,7
3	1	3	2	0,1	1	0	0	1	1	0,1
		2		1,2	2	1	1	2	2	1,2
		4		0,1,2	2	0,1	0,1	1,2	1,2	0,1,2
	3	3	2	2,3	3	2	2	3	3	2,3
		4		1,2,3	3	1,2	1,2	2,3	2,3	1,2,3
		5		0,1,2,3	3	0,1,2	0,1,2	1,2,3	1,2,3	0,1,2,3
	4	3	2	3,4	4	3	3	4	4	3,4
		4		2,3,4	4	2,3	2,3	3,4	3,4	2,3,4
		5		1,2,3,4	4	1,2,3	1,2,3	2,3,4	2,3,4	1,2,3,4
	5	3	2	4,5	5	4	4	5	5	4,5
		4		3,4,5	5	3,4	3,4	4,5	4,5	3,4,5
		5		2,3,4,5	5	2,3,4	2,3,4	3,4,5	3,4,5	2,3,4,5
	6	3	2	5,6	6	5	5	6	6	5,6
		4		4,5,6	6	4,5	4,5	5,6	5,6	4,5,6
		5		3,4,5,6	6	3,4,5	3,4,5	4,5,6	4,5,6	3,4,5,6
7	3	2	6,7	7	6	6	7	7	6,7	
	4		5,6,7	7	5,6	5,6	6,7	6,7	5,6,7	
	5		4,5,6,7	7	4,5,6	4,5,6	5,6,7	5,6,7	4,5,6,7	

Langkah 2

Menentukan probabilitas kegagalan di setiap run produksi dan terus meningkat disetiap run produksinya dengan notasi Pg<sub>j</sub>. Probabilitas kegagalan di setiap run produksi dan probabilitas

*Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi dan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*

inspeksi sampling dapat dilihat pada Tabel 4. Sedangkan perhitungan probabilitas hasil produk *rework* dapat dilihat pada Tabel 5.

**Tabel 4. Probabilitas Kegagalan dan Probabilitas Inspeksi Sampling Setiap Run Produksi**

Probabilitas Kegagalan Set Data 1			
	Run ke-1	Run ke-2	Run ke-3
Pgj	0,18	0,22	0,26

Inspeksi Sampling				
j	Produksi (Q)	Sampel (n)	Probabilitas Penerimaan (Pa)	Probabilitas Penolakan (1-Pa)
1	3	2	0,67	0,33
	4			
	5			
2	3	2	0,61	0,39
	4			
	5			
3	3	2	0,55	0,45
	4			
	5			

**Tabel 5. Probabilitas Hasil Produk Rework di Setiap Run Produksi pada Set Data 1**

Probabilitas Hasil Produk Rework				
j	Jumlah Rework (r)	Jumlah Produk Cacat (x)	Probabilitas Ditemukannya Produk Cacat (Pcj)	Probabilitas Ditemukannya Produk Baik (1-Pcj)
1	1	0	0,82	0,18
		1	0,18	0,82
	2	0	0,67	0,33
		1	0,30	0,70
		2	0,03	0,97
	3	0	0,55	0,45
		1	0,36	0,64
		2	0,08	0,92
		3	0,01	0,99
2	1	0	0,78	0,22
		1	0,22	0,78
	2	0	0,61	0,39
		1	0,34	0,66
		2	0,05	0,95
	3	0	0,48	0,52
		1	0,40	0,60
		2	0,11	0,89
		3	0,01	0,99
3	1	0	0,74	0,26
		1	0,26	0,74
	2	0	0,55	0,45
		1	0,38	0,62
		2	0,07	0,93
	3	0	0,41	0,59
		1	0,43	0,57
		2	0,15	0,85
		3	0,02	0,98

**Langkah 3**

Perhitungan model optimasi *lot* produksi dengan menggunakan pemrograman dinamis probabilistik yang dilakukan secara *backward procedure* dapat dilihat pada Tabel 6.

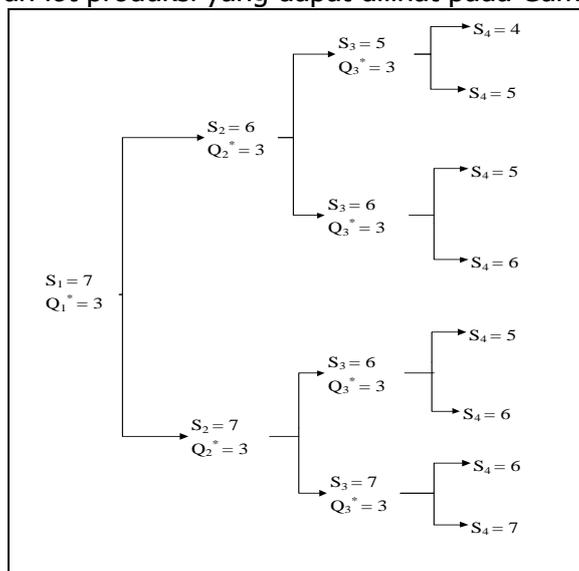
**Tabel 6. Hasil Perhitungan Set Data 1 untuk Run Produksi ke-4, ke-3, ke-2 dan ke-1**

S4	f4*	Set Data 1 Run 3					Set Data 1 Run 2						
0	0	Q3	3	4	5	f3*	Q3*	Q2	3	4	5	f2*	Q2*
1	100	S3	1	2	3	107,927	3	4	897,793	907,88	967,74	897,79	3
2	200		2	3	4	274,5	4	5	1004,57	1263,38	1415,14	1004,57	3
3	300		3	4	5	441,074	5	6	1237,07	1603,07	1879,13	1237,07	3
4	400		4	5	6	607,648	3	7	1469,57	1937,95	2327,30	1469,57	3
5	500		5	6	7	774,222	3						
6	600		6	7		940,796	3						
7	700		7			1107,37	3						

Set Data 1 Run 1						
S1	Q1	3	4	5	f1*	Q1*
7	2018,20	2686,06	3307,09	2018,20	3	3

Berdasarkan hasil perhitungan set data 1 maka diperoleh solusi optimal dari model optimasi untuk menentukan ukuran lot produksi yang dapat dilihat pada Gambar 4.



**Gambar 4. Solusi Optimal Set Data 1**

Berdasarkan pengujian yang telah dilakukan maka rekapitulasi total ongkos untuk set data 1, set data 2, set data 3 dan set data 4 serta rekapitulasi total ongkos model Nishfi (2014) dapat dilihat pada Tabel 7 dan Tabel 8.

**Tabel 7. Rekapitulasi Total Ongkos**

Parameter		Biaya	Keterangan
<b>Set Data 1</b>	<b>D&gt;K</b>	<b>2018,20</b>	Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 5 unit
<b>Set Data 2</b>	<b>D=K</b>	<b>1675,60</b>	Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 7 unit
<b>Set Data 3</b>	<b>D&lt;K</b>	<b>997,10</b>	Permintaan = 4 unit dan kapasitas produksi = 5 unit
<b>Set Data 4</b>	<b>D&gt;K</b>	<b>2031,71</b>	Ongkos Setup = 13
			Ongkos Produksi = 5
			Ongkos Penalti = 100
			Ongkos Rework = 1
		<b>2038,46</b>	Ongkos Setup = 10
			Ongkos Produksi = 6,5
			Ongkos Penalti = 100
		<b>2573,01</b>	Ongkos Setup = 10
			Ongkos Produksi = 5
			Ongkos Penalti = 130
		<b>2018,92</b>	Ongkos Rework = 1
			Ongkos Setup = 10
Ongkos Produksi = 5			
Ongkos Penalti = 100			
Ongkos Rework = 1,3	Parameter ongkos rework berubah, semula Ongkos Rework = 1 terjadi kenaikan sebesar 30% menjadi 1,3		

**Tabel 7. Rekapitulasi Total Ongkos (Lanjutan)**

Parameter			Biaya	Keterangan	
Set Data 4	D > K	Set Data 4.5	Ongkos Setup = 13	2607,52	masing-masing parameter berubah, semula ongkos <i>setup</i> = 10 terjadi kenaikan menjadi 13, ongkos produksi = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5, ongkos penalti = 100 terjadi kenaikan menjadi 130, ongkos <i>rework</i> = 1 terjadi kenaikan menjadi 1,3
			Ongkos Produksi = 6,5		
			Ongkos Penalti = 130		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1,3		

**Tabel 8. Rekapitulasi Total Ongkos Model Nishfi (2014)**

Parameter			Biaya	Keterangan	
Set Data 1	D>K		165,54	Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 5 unit	
Set Data 2	D=K		130,01	Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 7 unit	
Set Data 3	D<K		98,62	Permintaan = 4 unit dan kapasitas produksi = 5 unit	
Set Data 4	D>K	Set Data 4.1	Ongkos Setup = 13	174,54	Parameter berubah yang awalnya Ongkos Setup awal = 10 terjadi kenaikan menjadi 13
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1		
		Set Data 4.2	Ongkos Setup = 10	185,14	Parameter berubah yang awalnya Ongkos Produksi awal = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5
			Ongkos Produksi = 6,5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1		
		Set Data 4.3	Ongkos Setup = 10	167,54	Parameter berubah yang awalnya Ongkos Pinalti awal = 100 terjadi kenaikan menjadi 130
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 130		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1		
		Set Data 4.4	Ongkos Setup = 10	165,90	Parameter berubah yang awalnya Ongkos <i>Rework</i> awal = 1 terjadi kenaikan menjadi 1,3
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1,3		
		Set Data 4.5	Ongkos Setup = 13	196,51	Parameter berubah yang awalnya <i>setup</i> awal = 10 terjadi kenaikan menjadi 13, ongkos produksi awal = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5, ongkos pinalti awal = 100 terjadi kenaikan menjadi 130, ongkos <i>rework</i> awal = 1 terjadi kenaikan menjadi 1,3
			Ongkos Produksi = 6,5		
			Ongkos Penalti = 130		
			Ongkos <i>Rework</i> = 1,3		

## 5.2. Analisis

Setelah dilakukan pengujian model optimasi untuk set data 1 sampai dengan set data 4 maka analisis yang didapat adalah sebagai berikut:

1. Perubahan jumlah permintaan dan kapasitas di setiap set data memberikan pengaruh terhadap solusi optimal. Sehingga dapat dikatakan perubahan parameter yang terjadi sensitif terhadap solusi optimal.
2. Perubahan parameter seperti ongkos *setup*, ongkos produksi, ongkos *rework*, dan ongkos penalti memberikan pengaruh terhadap total ongkos yang dikeluarkan. Sehingga dapat dikatakan perubahan parameter sensitif terhadap solusi optimal.
3. Perubahan parameter ongkos *setup*, ongkos produksi, ongkos *rework*, dan ongkos penalti secara bersamaan membuat total ongkos yang dikeluarkan jauh lebih besar. Hal tersebut diakibatkan oleh jumlah produk, probabilitas kegagalan dan probabilitas produk diterima atau tidak.
4. Meskipun skenario pengujian model dan parameter ongkos yang digunakan sama, total ongkos yang dihasilkan berbeda jauh dengan model Nishfi (2014). Hal yang mempengaruhi total ongkos yaitu model penelitian yang juga berbeda.

## 6. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian adalah:

1. Penelitian ini menghasilkan suatu model optimasi penentuan *lot* produksi dengan pemeriksaan sampling dan mempertimbangkan ukuran sampel.
2. Perubahan parameter jumlah permintaan dan kapasitas mempengaruhi total ongkos yang dihasilkan pada saat produksi. Selain itu perubahan untuk parameter ongkos *setup*, ongkos produksi, ongkos *rework*, dan ongkos penalti juga sensitif terhadap solusi optimal.
3. Ketika *demand* lebih kecil daripada kapasitas, maka total ongkos yang dihasilkan merupakan total ongkos yang paling minimum dibandingkan dengan *demand* lebih besar daripada kapasitas dan *demand* sama dengan kapasitas.

## REFERENSI

Ben-Daya, M & Rahim. (2003). Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System. *International Journal of Production Research*. 41. 65-79.

Irawan, Dicky. (2013). *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Mengalami Deteriorasi dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri. ITENAS. Bandung.

Juran, J.M., and Gryna, Frank M. (1993). *Quality Planning and Analysis*. Third Edition. Mc Graw-Hill, Inc. United State of America.

Nishfi, Fadli. (2014). *Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling untuk Meminimumkan Total Biaya*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri. ITENAS. Bandung.

Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*. 4th Edition. Prentice Hall International Inc. New Jersey.

Walpole, Ronald E and Myers, Raymond H. (1995). *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. 4th Edition. ITB. Bandung.

Wibowo, Ari. (2014). *Model Optimisai Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna dengan Mempertimbangkan Komponen Biaya Kualitas Untuk Meminimumkan Total Biaya*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri. ITENAS. Bandung.